

खण्ड - अ
SECTION - A

1) बहुविकल्पीय प्रश्न :

Multiple Choice Questions :

i) यदि $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ तथा $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$ तब $(f \circ g)(x)$ बराबर है। [1]

अ) $\sin x^2$

ब) $\sin x$

स) $\sin^2 x^2$

द) $\sin^2 x$

If $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin x$ and $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$ then $(f \circ g)(x)$ is equal to :

A) $\sin x^2$

B) $\sin x$

C) $\sin^2 x^2$

D) $\sin^2 x$

ii) यदि किसी आव्यूह की कोटि $m \times n$ हैं, तो इसमें अवयवों की संख्या हैं - [1]

अ) m

ब) n

स) mn

द) $m - n$

If the order of a matrix is $m \times n$, then the number of elements in it are -

A) m

B) n

C) mn

D) $m - n$

iii) यदि $y = x \cdot \log_e x$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान होगा - [1]

अ) $\frac{1}{1+x}$

ब) $\frac{1}{x}$

स) $\log_e(1+x)$

द) $1 + \log_e x$

If $y = x \cdot \log_e x$, then the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$ will be -

A) $\frac{1}{1+x}$

B) $\frac{1}{x}$

C) $\log_e(1+x)$

D) $1 + \log_e x$

iv) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ का x के सापेक्ष प्रति अवकलज है - [1]

अ) $\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$

ब) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}x^2 + C$

स) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$

द) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

The anti derivative of $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ with respect to x -

A) $\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$

B) $\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{2}x^2 + C$

C) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} + C$

D) $\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

v) $\int \cos^2 x dx$ का मान है -

[1]

अ) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

ब) $x^2 + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

स) $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \sin x + C$

द) $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 x + C$

The value of $\int \cos^2 x dx$ is -

A) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

B) $x^2 + \frac{1}{4} \sin 2x + C$

C) $\frac{x}{4} + \frac{1}{2} \sin x + C$

D) $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \sin^2 x + C$

vi) वक्र $y = x^2$ एवं रेखा $y = 4$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है - [1]

अ) $\frac{33}{2}$

ब) $\frac{8}{3}$

स) $\frac{32}{3}$

द) $\frac{4}{3}$

The area of the region bounded by the curve $y = x^2$ and the line $y = 4$ is -

A) $\frac{33}{2}$

B) $\frac{8}{3}$

C) $\frac{32}{3}$

D) $\frac{4}{3}$

vii) $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है - [1]

अ) 0

ब) -1

स) 1

द) 3

The value of $\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ is -

A) 0

B) -1

C) 1

D) 3

viii) यदि दो सदिशों \vec{a} तथा \vec{b} के परिमाण क्रमशः $\sqrt{3}$ व 2 हैं और $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$ हो, तो \vec{a} तथा \vec{b} के बीच का कोण है - [1]

अ) $\frac{\pi}{2}$

ब) $\frac{\pi}{3}$

स) $\frac{\pi}{6}$

द) $\frac{\pi}{4}$

If the magnitude of two vectors \vec{a} and \vec{b} are $\sqrt{3}$ and 2 respectively and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$, then the angle between \vec{a} and \vec{b} is -

A) $\frac{\pi}{2}$

B) $\frac{\pi}{3}$

C) $\frac{\pi}{6}$

D) $\frac{\pi}{4}$

ix) x, y और z -अक्षों पर क्रमशः 2, 3 और 4 अंतः खंड काटने वाले समतल का समीकरण है - [1]

अ) $4x + 6y + 3z = 12$

ब) $6x + 4y + 3z = 12$

स) $3x + 4y + 6z = 12$

द) $5x + 4y + 3z = 0$

The equation of the plane with intercepts of 2, 3 and 4 on the x, y and z -axes respectively is -

A) $4x + 6y + 3z = 12$

B) $6x + 4y + 3z = 12$

C) $3x + 4y + 6z = 12$

D) $5x + 4y + 3z = 0$

x) यदि $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ हो, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का मान है - [1]

अ) $\frac{4}{9}$

ब) $\frac{7}{9}$

स) $\frac{5}{9}$

द) $\frac{5}{13}$

If $P(A) = \frac{7}{13}, P(B) = \frac{9}{13}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$, then the value of $P\left(\frac{A}{B}\right)$ is -

A) $\frac{4}{9}$

B) $\frac{7}{9}$

C) $\frac{5}{9}$

D) $\frac{5}{13}$

- xi) यदि पासों का एक जोड़ा उछाला जाता है, तो प्रत्येक पासे पर सम अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता है - [1]

अ) 0

ब) $\frac{1}{3}$

स) $\frac{1}{12}$

द) $\frac{1}{36}$

If a pair of dice is thrown, then the probability of getting an even prime number on each die is -

A) 0

B) $\frac{1}{3}$

C) $\frac{1}{12}$

D) $\frac{1}{36}$

- xii) यदि एक सिक्के को तीन बार उछाला गया है, जहाँ E: तीसरी उछाल पर चित, F: पहली दोनों उछालों पर चित हो, तो $P(E/F)$ का मान है - [1]

अ) $\frac{1}{8}$

ब) $\frac{1}{2}$

स) $\frac{1}{4}$

द) $\frac{1}{3}$

If a coin is tossed three times, where E: head on third toss; F: heads on first two tosses, then the value of $P(E/F)$ is -

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{2}$

C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{1}{3}$

2) रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

Fill in the blanks :

i) यदि $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$ हो, तो $(x + y) = \dots\dots\dots$ होगा। [1]

If $x \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, then $(x + y) = \dots\dots\dots$.

ii) $\cos(\sqrt{x})$ का x के सापेक्ष अवकलन $\dots\dots\dots$ है। [1]

The derivative of $\cos(\sqrt{x})$ with respect to x is $\dots\dots\dots$.

iii) वक्र $y = 3x^4 - 4x$ के $x = 4$ पर स्पर्श रेखा की प्रवणता का मान $\dots\dots\dots$ होगा। [1]

The slope of the tangent line at $x = 4$ to the curve $y = 3x^4 - 4x$ will be $\dots\dots\dots$.

iv) $\int x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ का मान $\dots\dots\dots$ होगा। [1]

The value of $\int x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) dx$ will be $\dots\dots\dots$.

v) यदि बिन्दुओं A, B, C और D के निर्देशांक क्रमशः (1, 2, 3), (4, 5, 7), (-4, 3, -6) और (2, 9, 2) है, तो AB और CD रेखाओं के बीच का न्यून कोण $\dots\dots\dots$ होगा। [1]

If the coordinates of the points A, B, C and D are then (1, 2, 3), (4, 5, 7), (-4, 3, -6) and (2, 9, 2) respectively, the acute angle between the lines AB and CD will be $\dots\dots\dots$.

vi) यदि दो निष्पक्ष पासों की एक जोड़ी को एक बार उछाला जाता है, तो दोनों पासों पर अंकों का योग 5 होने की प्रायिकता का मान $\dots\dots\dots$ होगा। [1]

If a pair of two unbiased dice is thrown once, then the probability that the sum of the numbers on both the dice is 5 will be $\dots\dots\dots$.

3) अति लघुतरात्मक प्रश्न :

Very short answer type questions :

i) $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए। [1]

Find the principal value of $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$.

ii) निम्नलिखित समीकरण से x तथा y के मानों को ज्ञात कीजिए :

$$2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix} \quad [1]$$

Find the values of x and y from the following equation :

$$2\begin{bmatrix} x & 5 \\ 7 & y-3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 15 & 14 \end{bmatrix}$$

iii) सारणिक $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix}$ का मान ज्ञान कीजिए। [1]

Evaluate $\begin{vmatrix} 102 & 18 & 36 \\ 1 & 3 & 4 \\ 17 & 3 & 6 \end{vmatrix}$

iv) $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सांतत्य की जाँच कीजिए। [1]
Examine the continuity of the function $f(x) = 2x^2 - 1$ at $x = 3$.

v) किसी उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय $R(x)$ रूप्यों में $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$ से प्रदत्त है। सीमांत आय ज्ञात कीजिए, जब $x = 7$ है। [1]

The total revenue in Rupees received from the sale of x units of a product is given by $R(x) = 13x^2 + 26x + 15$. Find the marginal revenue, when $x = 7$.

vi) प्रथम चतुर्थांश में वक्र $y^2 = 9x$; $x = 2$, $x = 4$ एवं x -अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [1]
Find the area of the region bounded by $y^2 = 9x$; $x = 2$, $x = 4$ and the x -axis in the first quadrant.

- vii) बिन्दुओं $P(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ और $Q(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ को मिलाने वाली रेखा को 2 : 1 के अनुपात में अन्तः विभाजित करने वाले बिन्दु R का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए। [1]

Find the position vector of a point R which internally divides the line joining two points P and Q whose position vectors are $(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ and $(-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ respectively in the ratio 2 : 1.

- viii) सदिशों $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। [1]

Find the angle between the vectors $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

- ix) दर्शाइए कि बिन्दुओं $(1, -1, 2)$ और $(3, 4, -2)$ से होकर जाने वाली रेखा, बिन्दुओं $(0, 3, 2)$ और $(3, 5, 6)$ से जाने वाली रेखा पर लंब है। [1]

Show that the line through the points $(1, -1, 2)$ and $(3, 4, -2)$ is perpendicular to the line through the points $(0, 3, 2)$ and $(3, 5, 6)$.

- x) एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$ है। इसका सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए। [1]

The cartesian equation of a line is $\frac{x-5}{3} = \frac{y+4}{7} = \frac{z-6}{2}$. Write its vector form.

- xi) समतल $2x + y - z = 5$ द्वारा निर्देशी अक्षों पर काटे गए अंतः खंडों को ज्ञात कीजिए। [1]

Find the intercepts cut off by the plane $2x + y - z = 5$ on co-ordinate axes.

- xii) एक अनभिनत (unbiased) पासे को दो बार उछाला गया। मान ले A घटना 'पहली उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' और B घटना 'द्वितीय उछाल पर विषम संख्या प्राप्त होना' दर्शाते हैं। घटनाओं A और B के स्वातंत्र्य का परीक्षण कीजिए। [1]

An unbiased die is thrown twice. Let the event A be 'odd number on the first throw' and B the event 'odd number on the second throw'. Check the independence of the events A and B.

SECTION - B

लघुउत्तरीय प्रश्न :

Short answer type questions :

- 4) यदि $f(x) = \frac{(4x+3)}{(6x-4)}$, $x \neq \frac{2}{3}$, तो सिद्ध कीजिए की सभी $x \neq \frac{2}{3}$ के लिए $(f \circ f)(x) = x$ है। [2]

If $f(x) = \frac{(4x+3)}{(6x-4)}$, $x \neq \frac{2}{3}$, show that $(f \circ f)(x) = x$ for all $x \neq \frac{2}{3}$.

- 5) यदि $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$ हो, तो सत्यापित कीजिए $A' A = I$ [2]

If $A = \begin{bmatrix} \sin \alpha & \cos \alpha \\ -\cos \alpha & \sin \alpha \end{bmatrix}$, then verify that $A' A = I$.

- 6) सिद्ध कीजिए की $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$. [2]

Prove that $\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ba & -b^2 & bc \\ ca & cb & -c^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$.

- 7) दर्शाइए की बिन्दु $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$ और $C(c, a+b)$ सरेख हैं। [2]

Show that the points $A(a, b+c)$, $B(b, c+a)$ and $C(c, a+b)$ are collinear.

- 8) सिद्ध कीजिए की फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{यदि } x \neq 0 \\ 1, & \text{यदि } x = 0 \end{cases}$ $x = 0$ पर संतत नहीं है। [2]

Prove that the function f given by $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3, & \text{if } x \neq 0 \\ 1, & \text{if } x = 0 \end{cases}$ is not continuous at $x = 0$.

- 9) अंतराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = x^2 - 4x + 6$ से प्रदत्त फलन f [2]

i) वर्धमान है

ii) ह्रासमान है।

Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is

i) Increasing

ii) Decreasing

- 10) x मीटर भुजा वाले घन की भुजा में 2% की वृद्धि के कारण से घन के आयतन में सन्निकट परिवर्तन ज्ञात कीजिए। [2]

Find the approximate change in the volume of a cube of side x meters caused by increasing the side by 2%.

- 11) $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [2]

Evaluate $\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan^2 x + 4}} dx$.

- 12) परवलय $y^2 = 4ax$ और उसके नाभिलंब से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। [2]

Find the area of the region bounded by the parabola $y^2 = 4ax$ and its latus rectum.

- 13) y -अक्ष को मूल बिंदू पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए। [2]

Form the differential equation of the family of circles touching the y -axis at origin.

- 14) दिए हुए सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के लिए सदिश $\vec{a} + \vec{b}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। [2]

For given vectors, $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} + \vec{b}$.

- 15) समतलों, जिनके सदिश समीकरण $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 5$ और $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) = 3$ है, के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। [2]

Find the angle between the planes whose vector equations are $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}) = 5$ and $\vec{r} \cdot (3\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) = 3$.

- 16) यदि एक न्याय सिक्के को 10 बार उछाला गया, तो ठीक छःचित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। [2]

If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of exactly six heads.

खण्ड - स

SECTION - C

- 17) यदि $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$, तो x का मान ज्ञात कीजिए। [3]

If $\sin\left(\sin^{-1}\frac{1}{5} + \cos^{-1}x\right) = 1$, then find the value of x .

अथवा/OR

दर्शाइए कि $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$. [3]

Show that $\sin^{-1}\frac{3}{5} - \sin^{-1}\frac{8}{17} = \cos^{-1}\frac{84}{85}$.

- 18) x के सापेक्ष $(\log x)^{\cos x}$ का अवकलन कीजिए। [3]
Differentiate $(\log x)^{\cos x}$ with respect to x .

अथवा/OR

यदि $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$ है, तो दर्शाइए की $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$. [3]

If $y = 500e^{7x} + 600e^{-7x}$, show that $\frac{d^2y}{dx^2} = 49y$.

- 19) $\int \frac{1}{\sqrt{(x-1)(x-2)}} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{(x-1)(x-2)}} dx$.

अथवा/OR

$\int \frac{x^2+1}{x^2-5x+6} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [3]

Evaluate $\int \frac{x^2+1}{x^2-5x+6} dx$.

- 20) दर्शाइए की सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ और $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्षों की रचना करते हैं। [3]

Show that the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$ and $3\hat{i} - 4\hat{j} - 4\hat{k}$ form the vertices of a right angled triangle.

अथवा/OR

एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष A (1, 1, 1), B(1, 2, 3) और C(2, 3, 1) हैं। [3]

Find the area of a triangle having the points A (1, 1, 1), B(1, 2, 3) and C(2, 3, 1) as its vertices.

SECTION - D

21) $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [4]

Evaluate $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} dx$.

अथवा/OR

$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए। [4]

Evaluate $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$.

22) किसी बैंक में मूलधन की वृद्धि 5% वार्षिक की दर से होती है। इस बैंक में Rs. 1,000 जमा कराये जाते हैं। ज्ञात कीजिए की 10 वर्ष बाद यह राशि कितनी हो जायेगी ($e^{0.5} = 1.648$). [4]

In a bank, principal increases continuously at the rate of 5% per year. An amount of Rs. 1,000 is deposited with this bank. How much will it worth after 10 years ($e^{0.5} = 1.648$).

अथवा/OR

अवकल समीकरण $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिये। [4]

Find the general solution of the differential equation $y dx - (x + 2y^2) dy = 0$.

23) निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 5x + 3y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण कीजिए। [4]

$3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

Maximize $Z = 5x + 3y$ subject to constraints $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ by using graphical method.

अथवा/OR

निम्नलिखित व्यवरोधों के अन्तर्गत $Z = 200x + 500y$ का आलेखीय विधि से न्यूनतमीकरण कीजिए। [4]

$x + 2y \geq 10$, $3x + 4y \leq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Minimize $Z = 200x + 500y$ subject to constraints $x + 2y \geq 10$, $3x + 4y \leq 24$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ by using graphical method.

